

CC3 – épreuve récapitulative de mécanique quantique KPCAIQ11

DURÉE: 1H30; -TOUT DOCUMENT ET OBJET CONNECTÉ INTERDIT-

Questions de cours (5 pts): puits de potentiel

On rappelle les fonctions d'ondes d'un électron piégé dans un puits de potentiel considéré comme *infinitement profond* et de largeur a

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \text{ où } n \text{ est un entier non nul}$$

- 1 pt. Quelle est la dimension physique de ces fonctions d'ondes? En déduire leur signification physique.
- 1 pts. Quelle est, pour tout état n , la probabilité de trouver l'électron dans l'intervalle de largeur dx autour du centre du puits situé en $a/2$?
- 1pt. Commenter en fonction de la valeur de n .
- 1pt. Donner l'expression des énergies quantifiées associées à ces fonctions d'ondes.
- 1pt. Calculer en eV les énergies des deux premiers niveaux pour $a = 10$ nm.

Exercice 1 (10 pts): moments cinétiques

On considère l'observable L^2 'module au carré du moment cinétique orbital' et L_z l'observable 'projection selon l'axe Oz de ce moment'. On note $|l,m\rangle$ leurs états propres où l et m sont, respectivement, les nombres quantiques azimutal et magnétique.

- 1pt. Rappeler les valeurs propres de L^2 et L_z , on précisera les valeurs que peuvent prendre l et m .

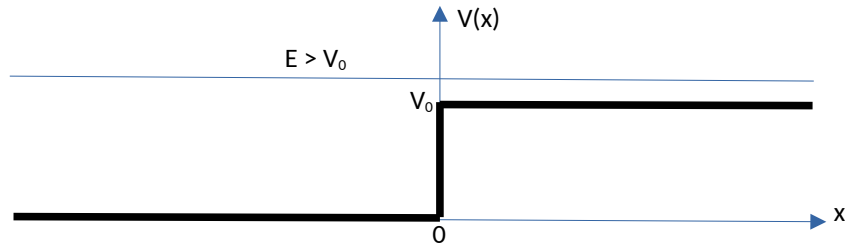
On considère les états orbitaux

$$|\Psi_{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}[|1,1\rangle + i\sqrt{4}|1,-1\rangle] \text{ et } |\Psi_{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}[\sqrt{4}|1,1\rangle - i|1,-1\rangle]$$

- 1pt. $|\Psi_{+}\rangle$ et $|\Psi_{-}\rangle$ sont ils états propres de L^2 ? Justifier.
- 1pt. $|\Psi_{+}\rangle$ et $|\Psi_{-}\rangle$ sont ils états propres de L_z ? Justifier.
- 2 pts. Déterminer les résultats de mesure de L^2 sur les états $|\Psi_{+}\rangle$ et $|\Psi_{-}\rangle$ ainsi que les probabilités associées.
- 2 pts. Déterminer les résultats de mesure de L_z sur les états $|\Psi_{+}\rangle$ et $|\Psi_{-}\rangle$ ainsi que les probabilités associées.
- 2 pts. Quels sont la valeur moyenne et l'écart type des mesures de L_z sur les états $|\Psi_{+}\rangle$ et $|\Psi_{-}\rangle$?
- 1 pt. Que valent $\langle\Psi_{+}|\Psi_{+}\rangle$, $\langle\Psi_{-}|\Psi_{-}\rangle$, $\langle\Psi_{+}|\Psi_{-}\rangle$ et $\langle\Psi_{-}|\Psi_{+}\rangle$? Conclusion.

Exercice 2 (7 pts): barrière de potentiel

Un électron incident d'une région située en $-\infty$ rencontre en $x=0$ une barrière de potentiel de hauteur V_0 . Son énergie E est supérieure à V_0 .



1. 1 pt. Indiquer le comportement classique de l'électron vis à vis de la barrière de potentiel.
2. 0.5 pt. Ecrire l'équation de Schrödinger à laquelle satisfait un état stationnaire.
3. 0.5 pt. L'expliciter dans les régions $x < 0$ et $x > 0$.
4. 1 pt. Quelles sont les solutions mathématiques de ces équations ? Quelles sont les solutions physiquement acceptables ? Justifier.
5. 1. pt. A quelles conditions de continuités doivent satisfaire la fonction d'onde et sa dérivée.
6. 0.5 pt. Déterminer les relations entre les amplitudes des ondes incidente, réfléchie et transmise.
7. 1 pt. Définir et calculer le coefficient de réflexion en amplitude.
8. 1 pt. En déduire le coefficient de réflexion en intensité.
9. 0.5 pt. Que devient le coefficient de réflexion en intensité dans le cas où $E \gg V_0$.

masse de l'électron: $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

constante de Planck: $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$